

**ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ**  
**ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ & ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ ΓΕΝΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ ΠΑΛΑΙΟΥ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΟΣ**  
**ΔΕΥΤΕΡΑ 22 ΙΟΥΝΙΟΥ 2020**  
**ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΦΥΣΙΚΗ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ**  
**ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΕΠΤΑ (7)**

**ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΕΣ ΠΛΗΡΕΙΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ**

**ΘΕΜΑ Α**

- A1. β  
 A2. γ  
 A3. α  
 A4. α  
 A5. α. Σ, β. Λ, γ. Λ, δ. Λ, ε. Σ

**ΘΕΜΑ Β**

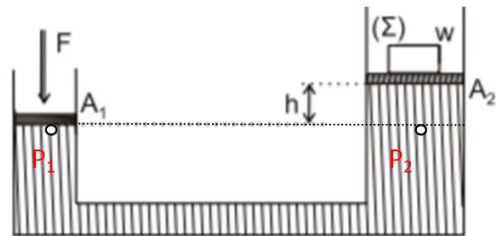
**B1.**

α) Η σωστή απάντηση είναι το (ii).

β) Αφού το σύστημα ισορροπεί ισχύει

$$P_1 = P_2 \Rightarrow P_{atm} + \frac{F}{A_1} = P_{atm} + \frac{w}{A_2} + \rho gh \Rightarrow$$

$$\frac{F}{A_1} = \frac{w}{A_2} + \rho gh \Rightarrow \frac{F}{A_1} = \frac{w + \rho gh A_2}{A_2}$$



**B2.**

α) Η σωστή απάντηση είναι το (ii).

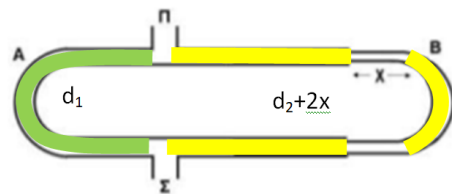
β) Για  $x=x_1$  ισχύει ενισχυτική συμβολή

$$r_2 - r_1 = N\lambda \Rightarrow |d_2 + 2x_1 - d_1| = N\lambda \Rightarrow$$

$$\Delta d + 2x_1 = N\lambda \quad (1)$$

Για  $x=x_2=x_1+4$  ισχύει αναιρετική συμβολή

$$r_2 - r_1 = (2N + 1) \frac{\lambda}{2} \Rightarrow d_2 + 2x_2 - d_1 = (2N + 1) \frac{\lambda}{2} \Rightarrow$$



$$\Delta d + 2x_1 + 2 \cdot 4 = N\lambda + \frac{\lambda}{2} \stackrel{(1)}{\Rightarrow}$$

$$N\lambda + 8 = N\lambda + \frac{\lambda}{2} \Rightarrow 8 = \frac{\lambda}{2} \Rightarrow \lambda = \mathbf{16\text{cm}}$$

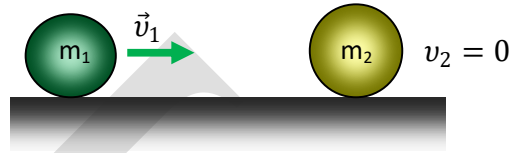
**B3.**

**α)** Η σωστή απάντηση είναι το **(iii)**

**β) 1<sup>η</sup>** περίπτωση: Η σφαίρα  $\Sigma_1$  συγκρούεται

ελαστικά με την ακίνητη σφαίρα  $\Sigma_2$ .

$$v_2' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_1$$



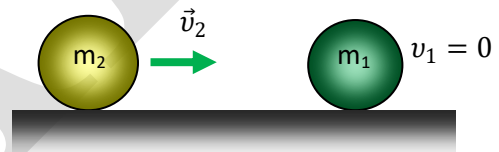
Το αντίστοιχο ποσοστό της κινητικής ενέργειας που μεταφέρεται είναι:

$$\begin{aligned} \Pi_1 &= \frac{\Delta K_2}{K_1} \cdot 100\% = \frac{K_2'}{K_1} \cdot 100\% = \frac{\frac{1}{2} m_2 v_2'^2}{\frac{1}{2} m_1 v_1^2} \cdot 100\% = \frac{\frac{1}{2} m_2 \left( \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_1 \right)^2}{\frac{1}{2} m_1 v_1^2} \cdot 100\% = \\ &= \frac{4m_2 m_1^2}{(m_1 + m_2)^2} v_1^2 \cdot 100\% = \frac{4m_1 m_2}{(m_1 + m_2)^2} \cdot 100\% \end{aligned}$$

**2<sup>η</sup>** περίπτωση: Η σφαίρα  $\Sigma_2$  συγκρούεται

ελαστικά με την ακίνητη σφαίρα  $\Sigma_1$ .

$$v_1' = \frac{2m_2}{m_1 + m_2} v_2$$



Το αντίστοιχο ποσοστό της κινητικής ενέργειας που μεταφέρεται είναι:

$$\begin{aligned} \Pi_2 &= \frac{\Delta K_1}{K_2} \cdot 100\% = \frac{K_1'}{K_2} \cdot 100\% = \frac{\frac{1}{2} m_1 v_1'^2}{\frac{1}{2} m_2 v_2^2} \cdot 100\% = \frac{\frac{1}{2} m_1 \left( \frac{2m_2}{m_1 + m_2} v_2 \right)^2}{\frac{1}{2} m_2 v_2^2} \cdot 100\% = \\ &= \frac{4m_1 m_2^2}{(m_1 + m_2)^2} v_2^2 \cdot 100\% = \frac{4m_1 m_2}{(m_1 + m_2)^2} \cdot 100\% \end{aligned}$$

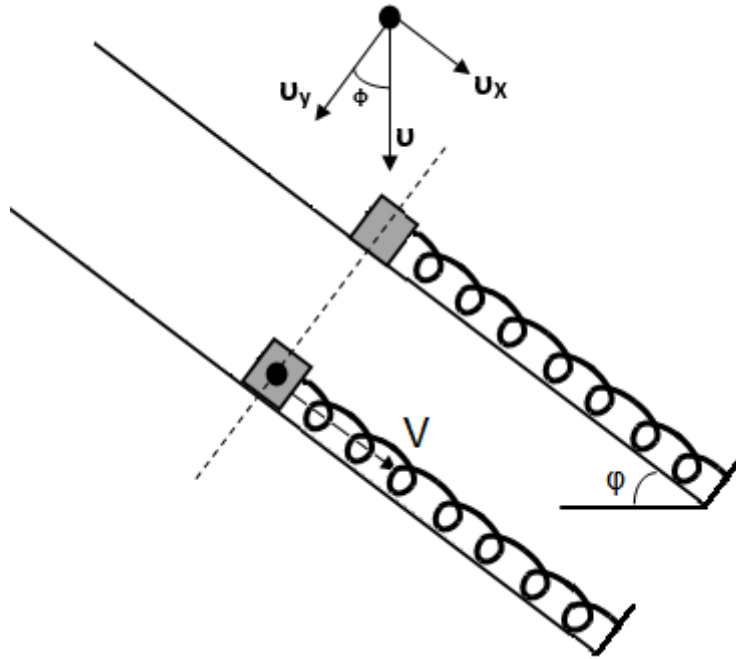
Άρα,  $\Pi_1 = \Pi_2$ .

### ΘΕΜΑ Γ

**Γ1.**

Εφαρμόζουμε το Θεώρημα Μεταβολής Κινητικής Ενέργειας για την ελεύθερη πτώση του σώματος  $\Sigma_2$ :

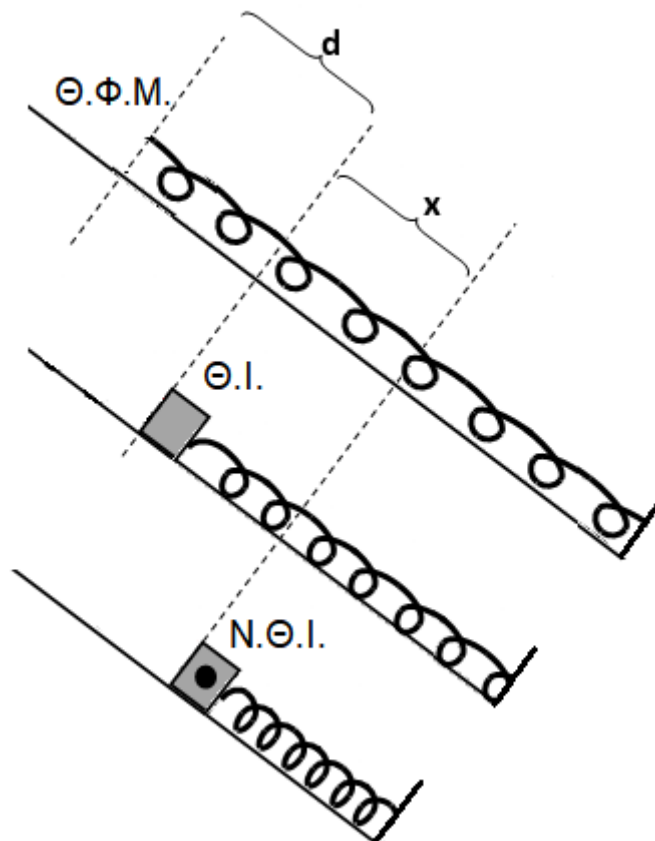
$$K_{TEΛ} - K_{APX} = W_B \Rightarrow \frac{1}{2} m_2 v_2^2 - 0 = m_2 g h \Rightarrow v_2 = \sqrt{2gh} \Rightarrow v_2 = 2\sqrt{3} \text{m/s}$$



Από την Αρχή Διατήρησης Ορμής στον άξονα που ταυτίζεται με αυτόν του κεκλιμένου επιπέδου:

$$m_2 v_2 \eta \mu \phi = (m_1 + m_2) V \Rightarrow V = \frac{m_2 v_2 \eta \mu \phi}{m_1 + m_2} \Rightarrow V = \frac{3\sqrt{3}}{4} m/s$$

Γ2.



Αρχική θέση ισορροπίας:  $m_1 g \mu 30^\circ = kd \Rightarrow d = 0,05m$

Νέα θέση ισορροπίας:  $(m_1 + m_2) g \mu 30^\circ = kd' \Rightarrow d' = 0,2m$

$$x = d' - d = 0,15m$$

Εφαρμόζουμε την αρχή διατήρησης ενέργειας της ταλάντωσης για το συσσωμάτωμα στη θέση της πλαστικής κρούσης:

$$E_T = K + U \Rightarrow \frac{1}{2} k A^2 = \frac{1}{2} (m_1 + m_2) V^2 + \frac{1}{2} k x^2 \Rightarrow A = 0,3m$$

### Γ3.

Θα βρούμε την εξίσωση απομάκρυνσης θέσης για την ταλάντωση του συσσωματώματος:

Η γωνιακή συχνότητα δίνεται από τη σχέση:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m_1 + m_2}} = 5 \text{ rad/s}$$

Η ζητούμενη χρονική εξίσωση είναι της μορφής  $x = A \eta \mu(\omega t + \varphi_0)$ .

Για  $t=0$ :

$$0,15 = 0,3 \eta \mu \varphi_0 \Rightarrow \eta \mu \varphi_0 = \frac{1}{2} = \eta \mu \left( \frac{\pi}{6} \right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \varphi_0 = 2k\pi + \frac{\pi}{6}, k \in \mathbb{Z} \Rightarrow \varphi_0 = \frac{\pi}{6} \text{ rad} \\ \text{ή} \\ \varphi_0 = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{6}, k \in \mathbb{Z} \Rightarrow \varphi_0 = \frac{5\pi}{6} \text{ rad} \end{cases}$$

Η ταχύτητα θα πρέπει να είναι αρνητική για  $t=0$  άρα δεκτή η δεύτερη λύση αφού:

$$v = \omega A \sigma \nu \nu(\omega t + \varphi_0) = \omega A \sigma \nu \nu \left( \frac{5\pi}{6} \right) < 0$$

Άρα:

$$x = 0,3 \eta \mu \left( 5t + \frac{5\pi}{6} \right) \quad (S.I.)$$

### Γ4.

Εφαρμόζουμε την αρχή διατήρησης ενέργειας της ταλάντωσης:

$$\left. \begin{array}{l} E_T = K + U \\ K = 8U \end{array} \right\} \Rightarrow E_T = 9U \Rightarrow \frac{1}{2} k A^2 = 9 \cdot \frac{1}{2} k x'^2 \Rightarrow x' = \pm \frac{A}{3}$$

Η σχέση  $K = 8U$  θα ισχύει για δεύτερη φορά κάτω από τη θέση ισορροπίας του συσσωματώματος, άρα

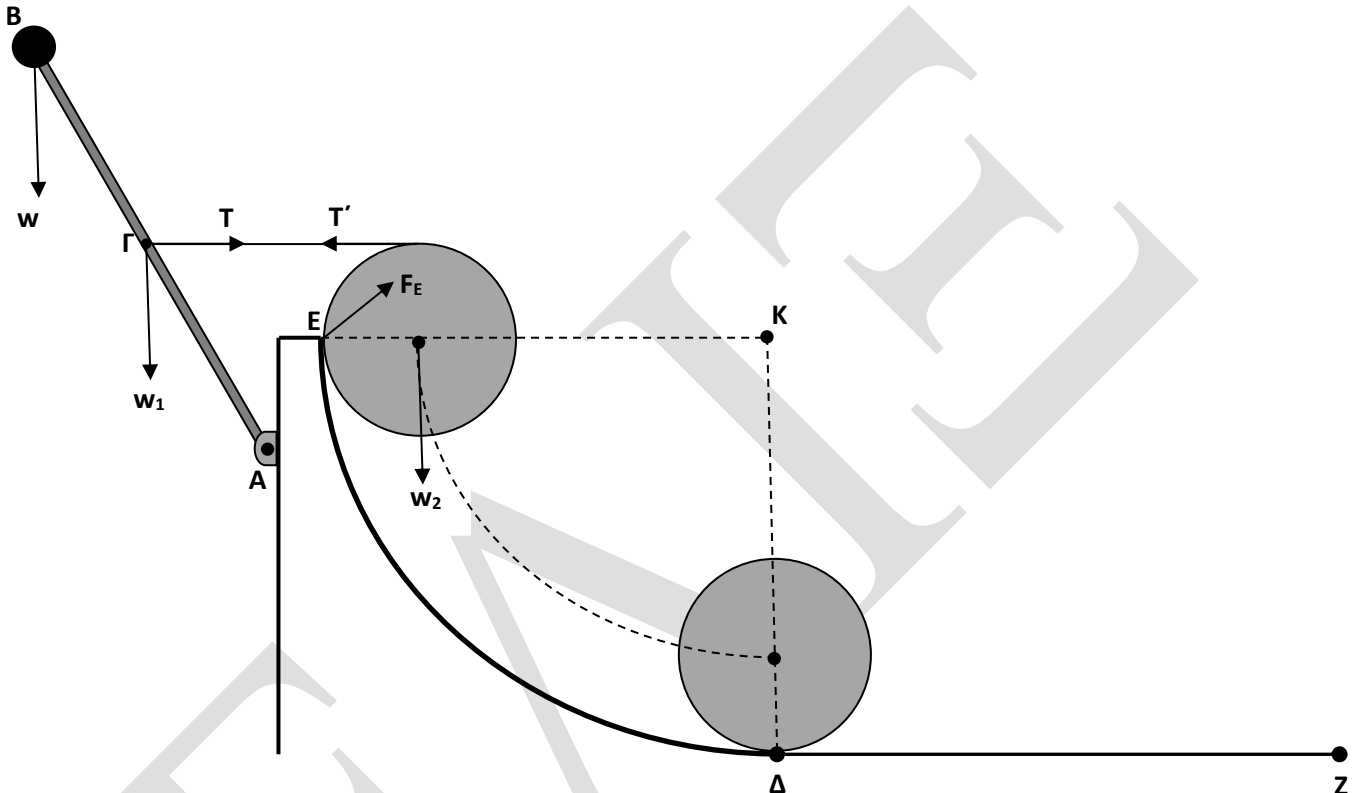
$$x' = -\frac{A}{3}$$

Ο ζητούμενος λόγος είναι:

$$\left| \frac{F_{\varepsilon\lambda}}{F_{\varepsilon\pi}} \right| = \frac{k \left( d' + \frac{A}{3} \right)}{k \frac{A}{3}} = \frac{0,2 + 0,1}{0,1} = 3$$

### ΘΕΜΑ Δ

**Δ1.** Για την ισορροπία του στερεού ( ράβδος-μπίλια ) εφαρμόζουμε συνθήκη ισορροπίας  $\Sigma\tau = 0$  ως προς την άρθρωση A :



$$\Sigma\tau_{(A)} = 0 \Rightarrow mgL\eta\mu\phi + M_1gL/2 \cdot \eta\mu\phi - TL/2 \cdot \sigma\upsilon\nu\phi = 0 \Rightarrow T=60\text{N}$$

Εφαρμόζω πάλι  $\Sigma\tau = 0$  αυτή τη φορά για τον δίσκο ως προς το σημείο E :

$$\Sigma\tau_{(E)} = 0 \Rightarrow T'R = w_2R \Rightarrow M_2 = 6 \text{ kg}$$

**Δ2.** Η ροπή αδράνειας του στερεού ως προς τον άξονα περιστροφής του είναι :

$$I = I_{\text{ΡΑΒΔΟΥ}} + I_{\text{ΜΠΙΛΙΑΣ}} = ML^2/3 + mL^2 = 3 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$$

Εφαρμόζω τον θεμελιώδη νόμο της στροφικής κίνησης για την κίνηση του στερεού τη στιγμή της εκκίνησης :

$$\Sigma\tau = I \cdot \alpha_\gamma \Rightarrow mgL\eta\mu\phi + M_1gL/2 \cdot \eta\mu\phi = I_{(O\Lambda)A} \cdot \alpha_\gamma \Rightarrow \alpha_\gamma = 8\text{r/s}^2$$

**Δ3.** Εφαρμόζουμε Α.Δ.Μ.Ε. για την κίνηση του στερεού μέχρι την οριζόντια θέση.

$$K_0 + U_0 = K + U \Rightarrow$$

$$mgh + M_1gh_1 = \frac{1}{2} I_{O\Lambda} \omega^2 \Rightarrow mgL \sin\varphi + M_1g L \sin\varphi/2 = \frac{1}{2} I_{O\Lambda} \omega^2 \Rightarrow \omega = 8\sqrt{3}/3 \text{ r/s}$$

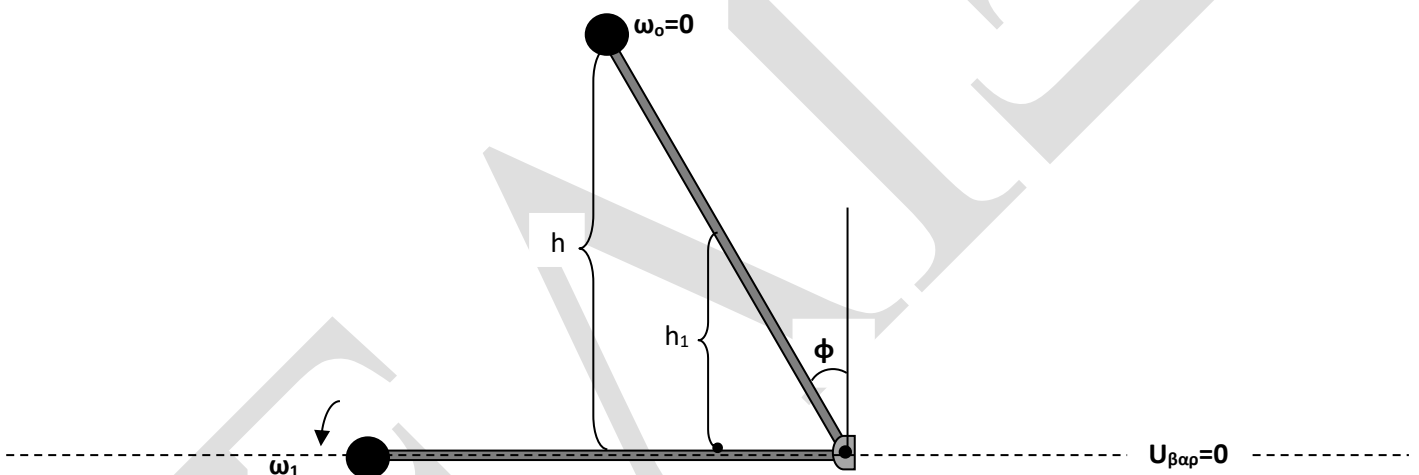
άρα η στροφορμή του ως προς τον άξονα περιστροφής είναι :

$L = I\omega \Rightarrow L = 8\sqrt{3} \text{ kgm}^2/\text{s}$  και με κατεύθυνση ίδια με αυτή της  $\Sigma\tau$ , δηλ κάθετα στο επίπεδο περιστροφής με φορά προς τον αναγνώστη.

Επειδή η αρχική στροφορμή του στερεού ήταν μηδέν, για το μέτρο της μεταβολής της στροφορμής του θα ισχύει ότι:

$$|\Delta \vec{L}| = |\vec{L}_{\text{τελ}} - \vec{L}_{\text{αρχ}}| = L - 0 = 8\sqrt{3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}$$

Και το διάνυσμα της μεταβολής της στροφορμής του στερεού ( $\Delta \vec{L}$ ) θα έχει διεύθυνση κάθετη στο επίπεδο περιστροφής του, με φορά προς τον αναγνώστη



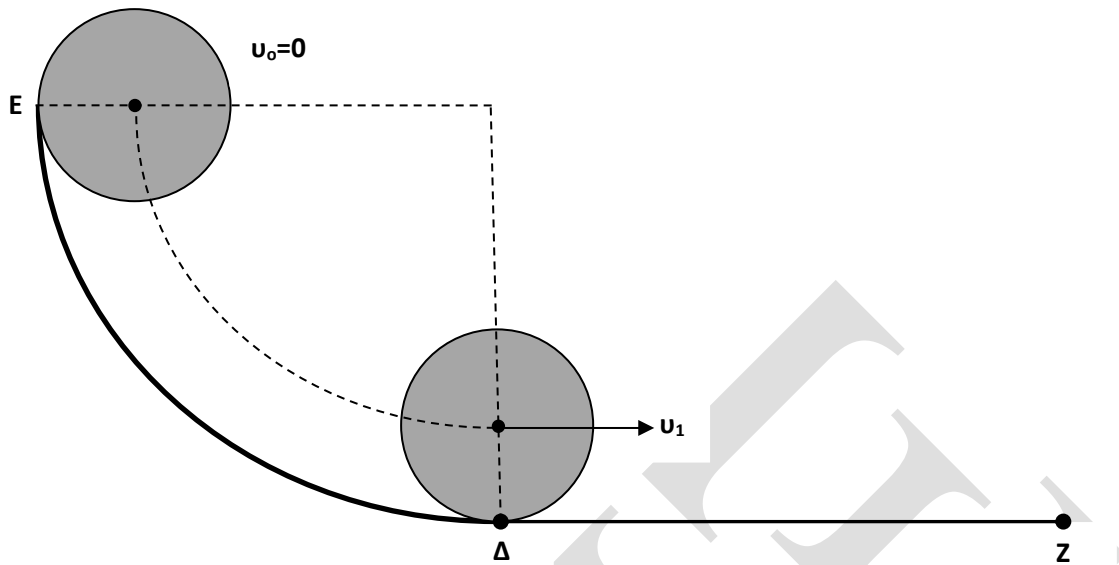
**Δ4.** Εφαρμόζουμε Θ.Μ.Κ.Ε. για την κίνηση του δίσκου επί του τεταρτοκυκλίου :

(με δεδομένο ότι ο δίσκος κυλιέται χωρίς να ολισθαίνει, θα χρησιμοποιήσουμε τη σχέση  $v_1 = \omega_1 r$  καθώς επίσης, θα αξιοποιήσουμε και το γεγονός ότι το έργο τόσο της κάθετης αντίδραση, όσο και της στατικής τριβής είναι μηδέν)

$$K_{\text{ΤΕΛ}} - K_{\text{ΑΡΧ}} = W_w + W_N + W_{\text{ΤΡΙΒΗΣ}} \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2} M_2 v_1^2 + \frac{1}{2} I_{\Delta} \omega_1^2 - 0 = M_2 g (R-r) + 0 + 0 \Rightarrow$$

$$v_1 = 6 \text{ m/s}$$



**Δ5.** Για να υπολογίσουμε το πλήθος των περιστροφών που εκτελεί ο δίσκος επί του τεταρτοκυκλίου αρκεί να διαιρέσουμε το διάστημα που διανύει το κέντρο μάζας του με την περιμέτρό του.

Οπότε:

$$N_1 = S_1 / 2\pi r = \frac{\pi}{2} (R - r) / 2\pi r = 6,75 \text{ στροφές}$$

Ομοίως εργαζόμαστε και για το οριζόντιο επίπεδο :

$$N_2 = S_2 / 2\pi r = \pi / 2\pi r = 5 \text{ στροφές.}$$