

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ ΥΠΟΤΡΟΦΙΩΝ
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΩΝ ΕΛΙΞ
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
ΤΕΤΑΡΤΗ 22 ΙΟΥΝΙΟΥ 2022
ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΠΕΝΤΕ (5)

ΘΕΜΑ Α

A1. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιο σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή τη λέξη **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

1. Ισχύει ότι $\sqrt{x^2} = x$, για κάθε πραγματικό αριθμό x .
2. Η εξίσωση $|3x - 2021| = -2022$ έχει ακριβώς 2 λύσεις.
3. Αν $x \neq 0$, τότε τα σύνολα $A = \{-x, x\}$ και $B = \{-|x|, |x|\}$ είναι ίσα.
4. Για κάθε πραγματικό αριθμό a , με $a < 5$, ισχύει $a^2 < 25$.
5. Για κάθε $a > 0$, μ ακέραιο και ν θετικό ακέραιο ισχύει:

$$\sqrt[\nu]{a^\mu} = a^{\frac{\mu}{\nu}}.$$

Μονάδες 10

A2. Σε καθεμιά από τις παρακάτω ερωτήσεις, να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό της ερώτησης και δίπλα το γράμμα που αντιστοιχεί στη φράση, η οποία τη συμπληρώνει σωστά.

- 1) Η παράσταση $(x - 1)(x + 1)^3 - 2x(x - 1)(x + 1)$ ισούται με:
- α) $x^4 + 1$
 - β) x^4
 - γ) $x^4 - 1$
 - δ) $x^2 - 1$
 - ε) κανένα από τα προηγούμενα

2) Αν το διάστημα (α, β) είναι το σύνολο των λύσεων της ανίσωσης

$$|-2x + 4| < 6,$$

τότε το μέσο του διαστήματος (α, β) είναι:

- α) -3
- β) -2
- γ) 0
- δ) 2
- ε) 3

3) Η εξίσωση $|x^2 - 5| = 4$

- α) είναι αδύνατη
- β) είναι αόριστη
- γ) έχει ακριβώς δύο λύσεις
- δ) έχει ακριβώς τέσσερις λύσεις
- ε) κανένα από τα προηγούμενα

4) Αν

$$\frac{2x - y}{x + y} = \frac{2}{3}$$

τότε ο λόγος $\frac{x}{y}$ ισούται με:

- α) $\frac{4}{5}$
- β) $\frac{5}{4}$
- γ) $\frac{3}{5}$
- δ) $\frac{5}{3}$
- ε) κανένα από τα προηγούμενα

5) Αν $x = 2022$, τότε η τιμή της παράστασης

$$\frac{2x^5 + 2x^4}{x^3 + 2x^2 + x} : \frac{4x^2}{2x + 2}$$

είναι ίση με:

- α) 1
- β) 4
- γ) 2021
- δ) 2022
- ε) κανένα από τα προηγούμενα

6) Αν

$$A \bowtie B = \frac{10 + A + B}{A - B}, \quad A \neq B$$

και ισχύει η σχέση $5 \bowtie 3 = 10 \bowtie x$, τότε το x ισούται με:

- α) 5
- β) 6
- γ) 7
- δ) 8
- ε) κανένα από τα προηγούμενα

7) Από το 2000 ως το 2010, ο πληθυσμός των ελαφιών σε μια περιοχή της Αφρικής αυξήθηκε κατά 20%, ενώ από το 2010 ως το 2020 μειώθηκε κατά 25%. Ο πληθυσμός των ελαφιών στην ίδια περιοχή από το 2000 ως το 2020 έχει:

- α) μειωθεί κατά 5%
- β) μειωθεί κατά 10%
- γ) αυξηθεί κατά 5%
- δ) αυξηθεί κατά 10%
- ε) παραμένει ο ίδιος

8) Το πλήθος των ακέραιων αριθμών που είναι λύσεις της ανίσωσης
 $v^2 - 9v + 20 < 0$

είναι:

- α) 0
- β) 1
- γ) 2
- δ) 3
- ε) κανένα από τα προηγούμενα

Μονάδες 8x5=40

ΘΕΜΑ Β

B1. Δίνονται οι αριθμοί

$$\alpha = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} + \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}$$

$$\beta = \sqrt{72} - \sqrt{8} - \sqrt{32}$$

$$\gamma = \sqrt{8} \cdot \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[6]{2}$$

$$\delta = \sqrt{2} \cdot \sqrt{2 - \sqrt{2}} \cdot \sqrt{2 + \sqrt{2}}$$

B1. Να αποδείξετε ότι $\alpha = 5$, $\beta = 0$, $\gamma = 4$ και $\delta = 2$

Μονάδες 4x4=16

B2. Να λύσετε την εξίσωση

$$2x^7 + 64x^2 = 0$$

Μονάδες 5

B3. Να λύσετε την ανίσωση

$$\frac{x}{2} + \frac{x}{3} + \frac{x}{6} < x - 1$$

Μονάδες 4

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η εξίσωση $4x^2 + 2\lambda x + \lambda - 1 = 0$ (1), με παράμετρο $\lambda \in \mathbb{R}$.

Γ1. Να δείξετε ότι η εξίσωση (1) έχει πραγματικές ρίζες για κάθε τιμή της παραμέτρου λ .

Μονάδες 6

Γ2. Να βρείτε την τιμή της παραμέτρου λ ώστε η εξίσωση να έχει δύο ρίζες, x_1 και x_2 , πραγματικές και άνισες για τις οποίες να ισχύει

$$(x_1 + 2)(x_2 + 2) = -5.$$

Μονάδες 10

Γ3. Αν για $\lambda = 3$ οι δύο ρίζες της εξίσωσης (1) είναι οι αριθμοί x_3, x_4 , να κατασκευάσετε εξίσωση 2^{ου} βαθμού με ρίζες τους αριθμούς x_3^2 και x_4^2 .

Μονάδες 9